Osetljivost

Osetljivost predstavlja meru uticaja promena parametara filtra na karakteristike filtra, odnosno meru promene neke karakteristike filtra od nominalne vrednosti u zavisnosti od promene elemenata filtra $x \in \{R_i, C_j\}$.
Prenosna funkcija bikvadratne sekcije se može dati u sledećem obliku:

$$H(s) = K \frac{s^2 + b_1 s + b_0}{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p} s + \omega_p^2}$$

Osetljivost modula i Q-faktora pola na promene elemenata filtra (logaritamska osetljivost)

Logaritamska osetljivost parametra p=f(x) ($p \in \{\omega_p, Q_p\}$) na element x ($x \in \{R_i, C_j\}$) definiše se na sledeći način:

$$S_x^p = \frac{\partial(\ln p)}{\partial(\ln x)} = \frac{x}{p}\frac{\partial p}{\partial x}$$

U cilju bržeg određivanja osetljivosti za konkretne slučajeve potrebno je znati neke osnovne relacije koje će ovde biti date, a do kojih se može lako doći polazeći od prethodne definicije logaritamske osetljivosti.

$$S_x^p = 0,\ kada\ je\ p = const$$

$$S_x^p = 1,\ kada\ je\ p = C \cdot x$$

$$S_x^p = -S_x^{1/p}$$

$$S_x^{p_1 \cdot p_2} = S_x^{p_1} + S_x^{p_2},\ tj.\ S_x^{\prod_1^n p_i} = \sum_{i=1}^{n} S_x^{p_i}$$

$$S_x^{p_1 + p_2} = \frac{p_1 S_x^{p_1} + p_2 S_x^{p_2}}{p_1 + p_2},\ tj.\ S_x^{\sum_1^n p_i} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i S_x^{p_i}}{\sum_{i=1}^{n} p_i}$$

$$S_x^p = S_x^{|p|} + j \cdot \arg(p) \cdot S_x^{\arg p},\ kada\ je\ p = |p| \cdot \exp(j \arg p)$$

Multiparametarska osetljivost

Za male promene elementa x, (Δx), za $x \in \{R_i, C_j\}$ može se izračunati promena parametra p (Δp), gde je $p \in \{\omega_p, Q_p\}$, na sledeći način: $\Delta p \cong S_x^p \cdot \frac{\Delta x}{x} \cdot p$

U opštem slučaju kada se simultano menjaju svi elementi u kolu, korišćenjem Taylorovog razvoja u red dobija se:

$$\frac{\Delta p}{p} = \sum_{j=1}^{m} S_{x_j}^{p} \cdot \frac{\Delta x_j}{x_j} = \sum_{j=1}^{m} S_{x_j}^{p} \cdot V_{xj}$$

Osetljivost modula prenosne funkcije
(polulogaritamska osetljivost)

Moduo prenosne funkcije filtra $H(s) = K\dfrac{s^2 + b_1 s + b_0}{s^2 + \dfrac{\omega_p}{Q_p}s + \omega_p^2}$ može se izraziti u dB na sledeći način:

$$G(\omega) = 20\log|K| + 10\log\left[\left(b_0 - \omega^2\right)^2 + \left(b_1\omega\right)^2\right] - 10\log\left[\left(\omega_p^2 - \omega^2\right)^2 + \left(\frac{\omega_p}{Q_p}\omega\right)^2\right]$$

Osetljivost modula $G(\omega)$ na promene parametara x, gde je $x \in \{K, \omega_p, Q_p\}$ definiše se kao polulogaritamska osetljivost:

$$S_x^{G(\omega)} = x \cdot \frac{\partial G(\omega)}{\partial x}$$

Osetljivost modula prenosne funkcije na promene modula pola

Osetljivost modula prenosne funkcije na promene modula pola data je izrazom:

$$S_{\omega_p}^{G}[dB] = -8.686\frac{2\left(1-\Omega^2\right)+\left(\dfrac{\Omega}{Q_p}\right)^2}{\left(1-\Omega^2\right)^2+\left(\dfrac{\Omega}{Q_p}\right)^2}$$

$$\Omega = \frac{\omega}{\omega_p}$$ - normalizovana frekvencija

Maksimumi osetljivosti modula prenosne funkcije na promene modula pola nastupaju pri frekvencijama koje su približno jednake:

$$\Omega \cong 1 \pm \frac{1}{2Q_p}$$

Što se osetljivosti tiče, najveći uticaj na osetljivost ima kritični par polova, tj. par polova sa maksimalnim Q-faktorom i on ima maksimalnu osetljivost modula na promene modula pola.

Osetljivost modula prenosne funkcije na promene Q-faktora pola

Osetljivost modula prenosne funkcije na promene Q-faktora pola data je izrazom:

$$S_{Q_p}^{G}[dB] = 8{,}686 \frac{\left(\frac{\Omega}{Q_p}\right)^2}{\left(1-\Omega^2\right)^2 + \left(\frac{\Omega}{Q_p}\right)^2}$$

$$\Omega = \frac{\omega}{\omega_p}$$ - normalizovana frekvencija

Svoj maksimum funkcija osetljivosti modula prenosne funkcije na promene Q-faktora pola ima za Ω=1 i tom prilikom je, po apsolutnoj vrenosti, jednaka osetljivosti modula prenosne funkcije na promene modula pola:

$$\left|S_{Q_p}^{G}\right| = \left|S_{\omega_p}^{G}\right| = 8.686 dB,\ za\ \Omega = 1$$

Osetljivost modula prenosne funkcije na promene konstante K

Osetljivost modula prenosne funkcije na promene konstante K iznosi:

$$S_K^G = 8{,}686 dB$$

Osetljivost modula prenosne funkcije na promene elemenata filtra

Uticaj elemenata filtra na moduo prenosne funkcije može se izračunati korišćenjem multiparametarske osetljivosti. Razvojem u Taylorov red dobija se:

$$\Delta G = \frac{\partial G}{\partial Q_p} \cdot \Delta Q_p + \frac{\partial G}{\partial \omega_p} \cdot \Delta \omega_p$$

pod pretpostavkom da su promene ΔQ_P i $\Delta \omega_P$ male i da se mogu zanemariti izvodi višeg reda. Posle sređivanja poslednjeg izraza korišćenjem ranije izvedenih izraza za multiparametarske osetljivosti dobija se zavisnost promene modula prenosne funkcije (pojačanja) od promene elemenata filtra:

$$\Delta G = \sum_{j=1}^{m} \left[S_{Q_p}^{G} S_{x_j}^{Q_p} V_{xj} + S_{\omega_p}^{G} S_{x_j}^{\omega_p} V_{xj} \right]$$

Na kraju se može zaključiti sledeće:

- Osetljivosti $S_{x_j}^{Q_p}$ i $S_{x_j}^{\omega_p}$ određuje topologija kola.
- Član V_{xj} zavisi od relativne promene elemenata filtra.
- Osetljivosti S_{ω}^{G} i $S_{Q_p}^{G}$ zavise od Q-faktora pola, odnosno od prenosne funkcije kojom se aproksimira zadati gabarit.

Prema tome, na promenu pojačanja usled promene elemenata u kolu utiču:
- odabrana prenosna funkcija,
- topologija kola i
- tolerancije i stabilnost komponenenata.

Realizacije aktivnih filtara

Realizacija aktivnih filtara izvodi se najčešće kaskadnim vezivanjem više bikvadratnih sekcija (sekcija drugog reda) i ukoliko je red filtra paran prenosna funkcija filtra u tom slučaju može biti predstavljena u sledećem obliku:

$$H(s) = \prod_{i=1}^{n/2} \frac{a_{2i}s^2 + a_{1i}s + a_{0i}}{s^2 + \frac{\omega_{pi}}{Q_{pi}}s + \omega_{pi}^2}, \; n - parno$$

Međutim, ukoliko je red filtra neparan, najvećem celom broju od *n/2* bikvadratnih sekcija treba vezati kaskadno još jednu sekciju prvog reda tako da prenosna funkcija u tom slučaju ima sledeći oblik:

$$H(s) = \frac{1}{s+\sigma} \prod_{i=1}^{[n/2]} \frac{a_{2i}s^2 + a_{1i}s + a_{0i}}{s^2 + \frac{\omega_{pi}}{Q_{pi}}s + \omega_{pi}^2}, \; n - neparno$$

Realizacije aktivnih filtara

U prethodnim izrazima sa ω_{pi} je označen moduo kompleksnih polova bikvadratnih sekcija (rastojanje kompleksnog pola od koordinatnog početka), dok je sa σ označen moduo realnog pola sekcije prvog reda (rastojanje pola koji se nalazi na negativnom delu realne ose od koordinatnog početka). U prethodnim izrazima sa a_{ji}, $(j=0,1,2)$ su označeni koeficijenti polinoma u brojiocu prenosnih finkcija bikvadratnih sekcija koji određuju položaj nula prenosa (polova slabljenja) u kompleksnoj s-ravni, a samim tim i vrstu filtra, o čemu će kasnije biti nešto više reči.

Prenosna funkcija sekcije prvog reda

Opšti oblik prenosne funkcije filtra prvog reda dat je izrazom: $H(s) = \dfrac{a_1 s + a_0}{s + \sigma}$

Na osi realnih frekvencija (s=jω) prenosna funkcija filtra ima oblik: $H(j\omega) = \dfrac{j\omega a_1 + a_0}{j\omega + \sigma}$

pa je moduo prenosne funkcije dat izrazom: $H(\omega) = |H(j\omega)| = \dfrac{\sqrt{a_0^2 + (\omega a_1)^2}}{\sqrt{\sigma^2 + \omega^2}}$

dok je faza data izrazom: $\varphi(\omega) = \arg\{H(j\omega)\} = \arctan\dfrac{\omega a_1}{a_0} - \arctan\dfrac{\omega}{\sigma}$

Grupno kašnjenje filtra je definisano na sledeći način:

$$\tau(\omega) = -\frac{d\varphi(\omega)}{d\omega} = \frac{\dfrac{a_1}{a_0}}{1 + \left(\dfrac{a_1}{a_0}\omega\right)^2} + \frac{\dfrac{1}{\sigma}}{1 + \left(\dfrac{\omega}{\sigma}\right)^2}$$

Prenosna funkcija sekcije prvog reda

Navedenom prenosnom funkcijom moguće je realizovati filtre prvog reda propusnike niskih i visokih frekvencija i filtar propusnik svih frekvencija (fazni korektor).
Kada je $a_1=0$ i $a_0=\sigma$ dobija se prenosna funkcija filtra propusnika niskih frekvencija sa jediničnim pojačanjem u propusnom opsegu:

$$H(s)=\frac{\sigma}{s+\sigma}$$

U slučaju $a_1=1$ i $a_0=0$ dobija se prenosna funkcija filtra propusnika visokih frekvencija sa jediničnim pojačanjem u propusnom opsegu:

$$H(s)=\frac{s}{s+\sigma}$$

Fazni korektor prvog reda dobija se kada je $a_1=1$ i $a_0=-\sigma$: $H(s)=\dfrac{s-\sigma}{s+\sigma}$

Prenosna funkcija sekcije drugog reda
(bikvadratne sekcije)

Opšti oblik prenosne funkcije filtra drugog reda dat je sledećim izrazom:

$$H(s) = \frac{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p} s + \omega_p^2}$$

Na osi realnih frekvencija (s=jω) prenosna funkcija filtra ima oblik:

$$H(j\omega) = \frac{\left(a_0 - a_2\omega^2\right) + j\omega a_1}{\left(\omega_p^2 - \omega^2\right) + j\omega \frac{\omega_p}{Q_p}}$$

pa je moduo prenosne funkcije dat izrazom:

$$H(\omega) = \left|H(j\omega)\right| = \frac{\sqrt{\left(a_0 - a_2\omega^2\right)^2 + \left(\omega a_1\right)^2}}{\sqrt{\left(\omega_p^2 - \omega^2\right)^2 + \left(\omega \frac{\omega_p}{Q_p}\right)^2}}$$

Prenosna funkcija sekcije drugog reda
(bikvadratne sekcije)

dok je faza data izrazom: $\varphi(\omega) = \arctan\dfrac{\omega a_1}{a_0 - a_2\omega^2} - \arctan\dfrac{\omega\dfrac{\omega_p}{Q_p}}{\omega_p^2 - \omega^2}$

Grupno kašnjenje filtra je po definiciji: $\tau(\omega) = -\dfrac{d\varphi(\omega)}{d\omega}$

U zavisnosti od reda i položaja nula polinoma u brojiocu, datom prenosnom funkcijom moguće je ostvariti filtar propusnik niskih, propusnik visokih ili propusnik opsega frekvencija, odnosno filtar nepropusnik opsega frekvencija.
U specijalnom slučaju, kada je $a_2=a_1=0$ i $a_0=\omega_P^2$ dobija se prenosna funkcija filtra propusnika niskih frekvencija sa jediničnim pojačanjem u propusnom opsegu, koja ima dva pola, a nema konačne nule prenosa:

$$H_{NF}(s) = \frac{\omega_p^2}{s^2 + \dfrac{\omega_p}{Q_p}s + \omega_p^2}$$

Prenosna funkcija sekcije drugog reda
(bikvadratne sekcije)

Za a1=a_0=0 i a_2=1 dobija se prenosna funkcija filtra propusnika visokih frekvencija sa jediničnim pojačanjem u propusnom opsegu, koja ima dva pola i dve nule prenosa u koordinatnom početku:

$$H_{VF}(s) = \frac{s^2}{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p} s + \omega_p^2}$$

Kada je a_2=a_0=0 i a_1=-ω_P/Q_P dobija se prenosna funkcija filtra propusnika opsega frekvencija sa jediničnim pojačanjem u propusnom opsegu, koja ima dva pola i jednu nulu prenosa u koordinatnom početku:

$$H_{PO}(s) = \frac{\frac{\omega_p}{Q_p} s}{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p} s + \omega_p^2}$$

Prenosna funkcija sekcije drugog reda
(bikvadratne sekcije)

U slučaju $a_2=1$, $a_1=0$ i $a_0=\omega_n^2$ dobija se prenosna funkcija filtra nepropusnika opsega frekvencija sa jediničnim pojačanjem u nepropusnom opsegu, koja ima dva pola i dve kompleksne nule prenosa na imaginarnoj osi:

$$H_{NO}(s) = \frac{s^2 + \omega_n^2}{s^2 + \dfrac{\omega_p}{Q_p} s + \omega_p^2}$$

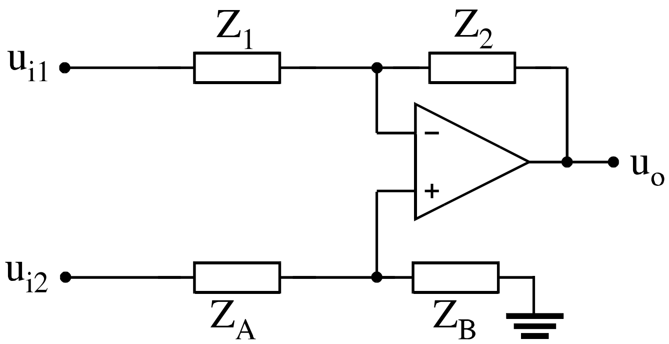
Kada je $a_2=1$, $a_1=\omega_P/Q_P$ i $a_0=\omega_P^2$ dobija se prenosna funkcija faznog korektora, tj. filtra propusnika svih frekvencija sa jediničnim pojačanjem, koja ima dva pola, naravno u levoj, i dve nule u desnoj poluravni kompleksne ravni (polovi i nule su simetrično raspoređeni u odnosu na imaginarnu osu):

$$H_{FK}(s) = \frac{s^2 - \dfrac{\omega_p}{Q_p} s + \omega_p^2}{s^2 + \dfrac{\omega_p}{Q_p} s + \omega_p^2}$$

Parametri Q_P, ω_P, a_0, a_1 i a_2 su funkcije elemenata u električnoj šemi filtra koja je odabrana za praktičnu realizaciju ove prenosne funkcije.

Realizacija filtara prvog reda

Osnovna šema kojom je moguće realizovati prenosne funkcije prvog reda prikazana je na slici:



Izborom ulaznog kraja i impedansi u kolu moguće je realizovati filtre propusnike niskih i visokih frekvencija prvog reda. Izlazni napon je u opšem slučaju dat sledećim izrazom:

$$u_o = \left(1 + \frac{Z_2}{Z_1}\right)\frac{Z_B}{Z_A + Z_B}u_{i2} - \frac{Z_2}{Z_1}u_{i1}$$

Realizacija filtara prvog reda

Ukoliko se koristi neinvertujući ulaz (u_{i1}=0) i ako su impedanse Z_1 i Z_2 omske otpornosti prenosna funkcija kola data je sa:

$$H(s) = \frac{u_o}{u_{i2}} = \left(1 + \frac{Z_2}{Z_1}\right)\frac{Z_B}{Z_A + Z_B} = K\frac{Z_B}{Z_A + Z_B}$$

a kada se koristi invertujući ulaz prenosna funkcija je:

$$H(s) = \frac{u_o}{u_{i1}} = -\frac{Z_2}{Z_1}$$

Realizacija filtara prvog reda

Filtar propusnik niskih frekvencija je moguće realizovati sa **neinvertujućim pojačavačem** ukoliko se odaberu sledeće impedanse u kolu:
$Z_1=R_1$, $Z_2=R_2$, $Z_A=R$ i $Z_B=1/(sC)$, i tada je prenosna funkcija:

$$H(s)=K\frac{\frac{1}{RC}}{s+\frac{1}{RC}}=K\frac{\sigma}{s+\sigma}$$

dok se **invertujućim pojačavačem** sa uzemljenim neinvertujućim ulazom biraju: $Z_1=R_1$, a za Z_2 paralelna veza otpornika R_2 i kondenzatora C_2 što će dati prenosnu funkciju:

$$H(s)=-\frac{R_2}{R_1}\frac{\frac{1}{R_2C_2}}{s+\frac{1}{R_2C_2}}=-H_0\frac{\sigma}{s+\sigma}$$

Realizacija filtara prvog reda

Filtar propusnik visokih frekvencija je moguće realizovati sa **neinvertujućim pojačavačem** ukoliko se odaberu sledeće impedanse u kolu:
Z_1=R_1, Z_2=R_2, Z_A==1/(sC) i Z_B=R i tada je prenosna funkcija:

$$H(s) = K\frac{s}{s+\frac{1}{RC}} = K\frac{s}{s+\sigma}$$

dok se **invertujućim pojačavačem** sa uzemljenim neinvertujući ulazom biraju za Z_1 redna veza otpornika R_1 i kondenzatora C_1 i Z_2=R_2 što će dati prenosnu funkciju:

$$H(s) = -\frac{R_2}{R_1}\frac{s}{s+\frac{1}{R_1C_1}} = -H_0\frac{s}{s+\sigma}$$

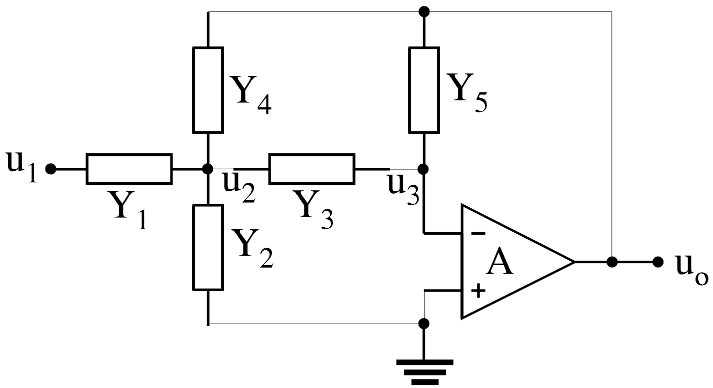
Realizacija filtara prvog reda

Filtar propusnik svih frekvencija je moguće realizovati ukoliko se na oba ulazna kraja dovede isti ulazni signal i odaberu sledeće impedanse u kolu Z_1=R, Z_2=R, Z_A=1/(sC) i Z_B=R i tada je prenosna funkcija:

$$H(s) = \frac{s - \frac{1}{RC}}{s + \frac{1}{RC}} = \frac{s - \sigma}{s + \sigma}$$

Realizacija filtra drugog reda
(bikvadratna sekcija)

Poznato je više različitih realizacija filtara drugog reda, ovde će biti reči o nekima. Na slici je prikazana opšta šema **bikvadratne sekcije sa višestrukom povratnom spregom**:



Ako je operacioni pojačavač, kao i u prethodnim primerima, idealni sa beskonačnim pojačanjem, njegov invertujući ulaz je na potencijalu virtualne mase, tj. napon u_3 jednak je nuli, pa se mogu pisati sledeće jednačine za ovo kolo:

$$Y_1\left(u_2-u_1\right)+\left(Y_2+Y_3\right)u_2+Y_4\left(u_2-u_0\right)=0$$

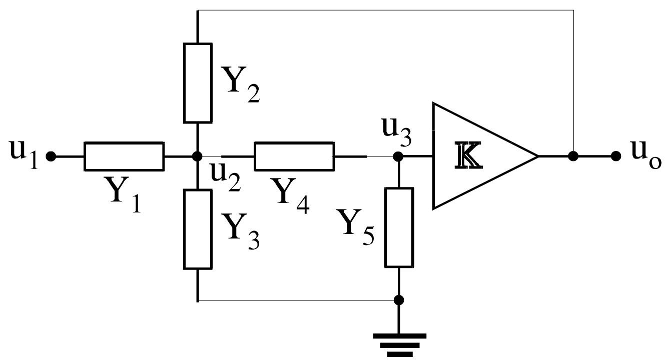
$$-Y_3u_2-Y_5u_0=0$$

Realizacija filtra drugog reda
(bikvadratna sekcija)

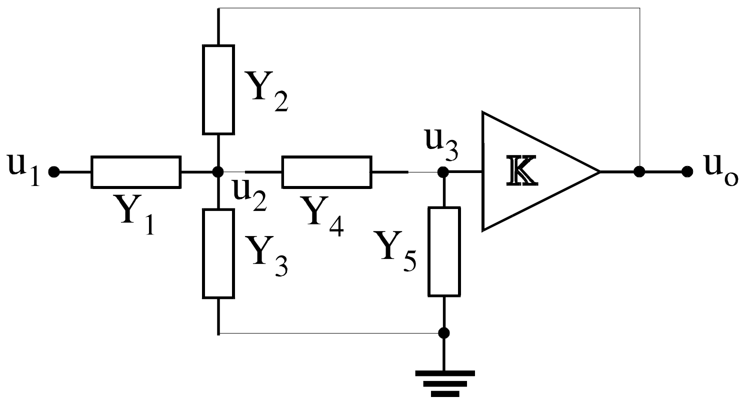
Rešavanjem ovog sistema jednačina dobija se prenosna funkcija filtra sa slike:

$$H(s) = -\frac{Y_1 Y_3}{(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4)Y_5 + Y_3 Y_4}$$

Izborom admitansi u kolu mogu se realizovati pojedini tipovi filtara.
Šema **bikvadratne sekcije sa neinvertujućim pojačavačem** čije je pojačanje $K=1+R_2/R_1$ (uvek veće ili jednako jedinici) prikazana je na slici:



Realizacija filtra drugog reda
(bikvadratna sekcija)



Za ovo kolo se, na sličan način kao u prethodnom slučaju, mogu napisati sledeće jednačine:

$$Y_1(u_2 - u_1) + Y_2(u_2 - u_0) + Y_3 u_2 + Y_4(u_2 - u_3) = 0$$

$$Y_4(u_3 - u_2) + Y_5 u_3 = 0$$

$$u_0 = K u_3$$

Realizacija filtra drugog reda
(bikvadratna sekcija)

.

Rešavanjem ovog sistema jednačina dobija se prenosna funkcija filtra u obliku:

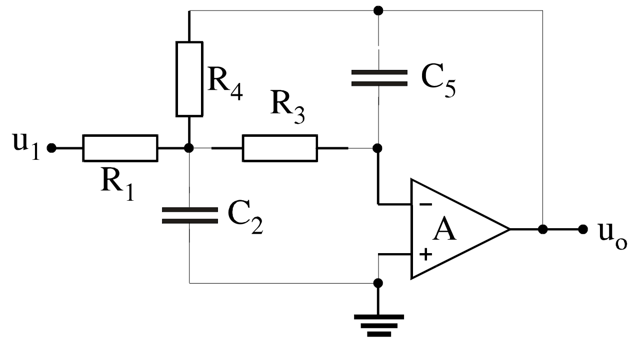
$$H(s)=\frac{u_0}{u_1}=\frac{KY_1Y_4}{Y_5\left(Y_1+Y_2+Y_3+Y_4\right)+Y_4\left[Y_1+Y_3+Y_2\left(1-K\right)\right]}$$

kada se izabere $Y_3=0$ izraz postaje: $H(s)=\dfrac{KY_1Y_4}{Y_5\left(Y_1+Y_2+Y_4\right)+Y_1Y_4+Y_2Y_4\left(1-K\right)}$

Naravno, kada je pojačanje neinvertujućeg pojačavača jednako jedinici (K=1), izraz se još više pojednostavljuje.

Realizacija filtra drugog reda
(bikvadratna sekcija)

Filtar propusnik niskih frekvencija realizovan **bikvadratnom sekcijom sa višestrukom povratnom spregom** prikazan je na slici:



Prenosna funkcija se može predstaviti izrazom:

$$H(s)=\frac{u_0}{u_1}=\frac{-\dfrac{1}{R_1R_3C_2C_5}}{s^2+s\dfrac{1}{C_2}\left(\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_3}+\dfrac{1}{R_4}\right)+\dfrac{1}{R_3R_4C_2C_5}}=\frac{-H_0\omega_p^2}{s^2+s\xi\omega_p+\omega_p^2}$$

gde je sa ξ označena recipročna vrednost Q-faktora pola $\xi=\dfrac{1}{Q_p}$

Realizacija filtra drugog reda
(bikvadratna sekcija)

Iz prethodnog izraza mogu se odrediti izrazi za moduo pola, recipročne vrednosti Q-faktora pola i pojačanja u propusnom opsegu i oni su dati na sledeći način:

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{R_3 R_4 C_2 C_5}} \qquad \xi = \sqrt{\frac{C_5}{C_2}}\left(\sqrt{\frac{R_3}{R_4}} + \sqrt{\frac{R_4}{R_3}} + \frac{\sqrt{R_3 R_4}}{R_1}\right) \qquad H_0 = \frac{R_4}{R_1}$$

S obzirom da u kolu postoji više elemenata nego što je postavljenih uslova to se određeni broj elemenata može usvojiti. Jedan od načina za to je sledeći:

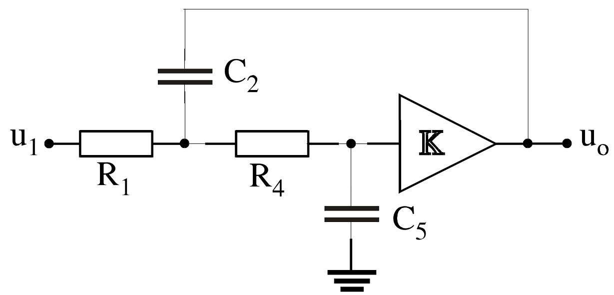
$$C_5 = C, \quad C_2 = pC, \quad gde\ je\ p > \frac{4(H_0 + 1)}{\xi^2}$$

Preostali nepoznati elementi se u tom slučaju mogu odrediti iz sledećih relacija:

$$R_4 = \frac{\xi}{2\omega_p C}\left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{4(H_0 + 1)}{p\xi^2}}\right] \qquad R_1 = \frac{R_4}{H_0} \qquad R_3 = \frac{1}{p\omega_p^2 C^2 R_4}$$

Realizacija filtra drugog reda
(bikvadratna sekcija)

Filtar propusnik niskih frekvencija realizovan bikvadratnom sekcijom sa neinvertujućim pojačavačem prikazan je na slici:



Prenosna funkcija se može predstaviti izrazom:

$$H(s)=\frac{u_0}{u_1}=\frac{\dfrac{K}{R_1R_4C_2C_5}}{s^2+s\left(\dfrac{1}{R_1C_2}+\dfrac{1}{R_4C_2}+\dfrac{1}{R_4}\right)+\dfrac{1}{R_3R_4C_2C_5}}=\frac{H_0\omega_p^2}{s^2+s\xi\omega_p+\omega_p^2}$$

Realizacija filtra drugog reda
(bikvadratna sekcija)

Iz prethodnog izraza mogu se odrediti izrazi za moduo pola, recipročne vrednosti Q-faktora pola i pojačanja u propusnom opsegu i oni su dati na sledeći način:

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_4 C_2 C_5}} \qquad \xi = \sqrt{\frac{R_4 C_5}{R_1 C_2}} + \sqrt{\frac{R_1 C_5}{R_4 C_2}} + (1-K)\sqrt{\frac{R_1 C_2}{R_4 C_5}} \qquad H_0 = K$$

Jedan od načina za realizaciju ovog filtra je sledeći:

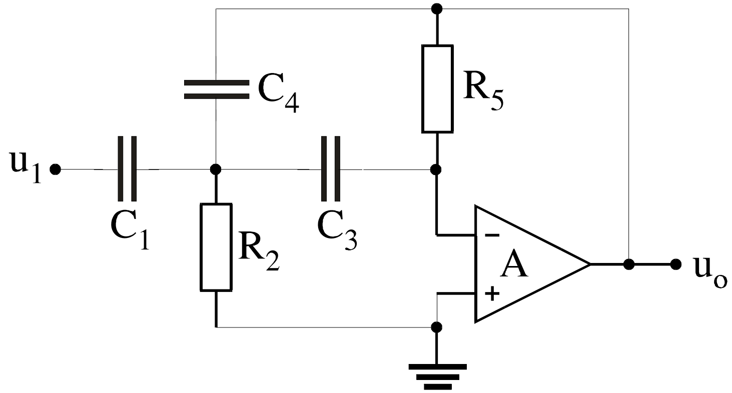
$$C_2 = C_5 = C, \quad H_0 = K > 2$$

Preostali nepoznati elementi se u tom slučaju mogu odrediti iz sledećih relacija:

$$R_4 = \frac{\xi}{2\omega_p C}\left[1 + \sqrt{1 + \frac{4(H_0 - 2)}{\xi^2}}\right] \qquad R_1 = \frac{1}{\omega_p^2 R_4 C^2}$$

Realizacija filtra drugog reda
(bikvadratna sekcija)

Filtar propusnik visokih frekvencija realizovan bikvadratnom sekcijom sa višestrukom povratnom spregom prikazan je na slici:



Prenosna funkcija filtra data je izrazom:

$$H(s)=\frac{-s^2\dfrac{C_1}{C_4}}{s^2+s\dfrac{1}{R_5}\left(\dfrac{C_1}{C_3C_4}+\dfrac{1}{C_4}+\dfrac{1}{C_3}\right)+\dfrac{1}{R_2R_5C_3C_4}}=\frac{-H_0s^2}{s^2+s\xi\omega_p+\omega_p^2}$$

Realizacija filtra drugog reda
(bikvadratna sekcija)

Iz prethodnog izraza mogu se odrediti izrazi za moduo pola, recipročne vrednosti Q-faktora pola i pojačanja u propusnom opsegu i oni su dati sledećim izrazima:

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{R_2 R_5 C_3 C_4}} \qquad \xi = \sqrt{\frac{R_2}{R_5}}\left(\frac{C_1}{\sqrt{C_3 C_4}} + \sqrt{\frac{C_3}{C_4}} + \sqrt{\frac{C_4}{C_3}}\right) \qquad H_0 = \frac{C_1}{C_4}$$

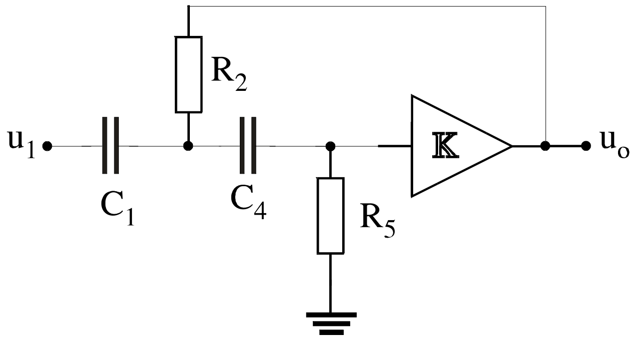
Jedan od načina proračuna filtra je izborom: $C_1 = C_3 = C$

a ostali nepoznati elementi su dati izrazima:

$$R_5 = \frac{1}{\xi \omega_p C}(2H_0 + 1) \qquad R_2 = \frac{\xi H_0}{\omega_p C(2H_0 + 1)} \qquad C_4 = \frac{C_1}{H_0}$$

Realizacija filtra drugog reda
(bikvadratna sekcija)

Filtar propusnik visokih frekvencija realizovan bikvadratnom sekcijom sa neinvertujućim pojačavačem prikazan je na slici:



Prenosna funkcija filtra data je sledećim izrazom:

$$H(s) = \frac{Ks^2}{s^2 + s\left(\frac{1-K}{R_2C_4} + \frac{1}{R_5C_4} + \frac{1}{R_5C_1}\right) + \frac{1}{R_2R_5C_1C_4}} = \frac{H_0s^2}{s^2 + s\xi\omega_p + \omega_p^2}$$

Realizacija filtra drugog reda
(bikvadratna sekcija)

Iz prethodnog izraza mogu se odrediti izrazi za moduo pola, recipročne vrednosti Q-faktora pola i pojačanja u propusnom opsegu i oni su dati sledećim izrazima:

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{R_2 R_5 C_1 C_4}} \qquad \xi = \sqrt{\frac{R_2 C_1}{R_5 C_4}} + \sqrt{\frac{R_2 C_4}{R_5 C_1}} + (1-K)\sqrt{\frac{R_5 C_4}{R_1 C_1}} \qquad H_0 = K$$

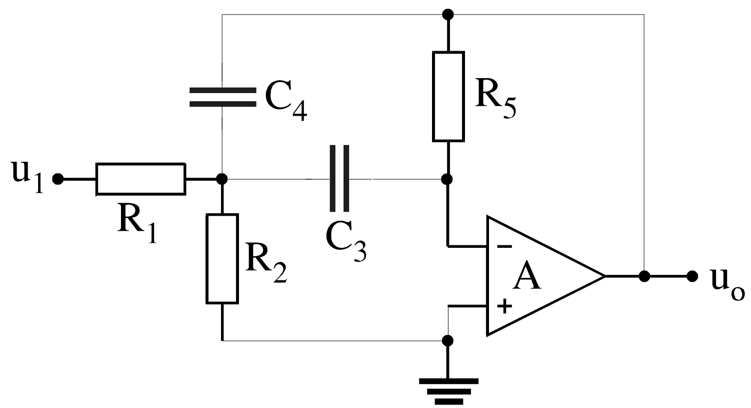
Jedan od načina proračuna filtra je ukoliko se izvrši usvajanje:

$$C_1 = C_4 + C \qquad R_2 = R_5 = R$$

i tada je: $$K = 3 - \xi \qquad R = \frac{1}{\omega_p C}$$

Realizacija filtra drugog reda
(bikvadratna sekcija)

Filtar propusnik opsega frekvencija realizovan bikvadratnom sekcijom sa višestrukom povratnom spregom prikazan je na slici:



Prenosna funkcija filtra propusnika opsega sa slike može se napisati u sledećem obliku:

$$H(s) = \frac{-s\dfrac{1}{R_1 C_4}}{s^2 + s\dfrac{1}{R_5}\left(\dfrac{1}{C_3} + \dfrac{1}{C_4}\right) + \dfrac{1}{R_5 C_3 C_4}\left(\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}\right)} = \frac{-H_0 \xi \omega_p s}{s^2 + \xi \omega_p s + \omega_p^2}$$

Realizacija filtra drugog reda
(bikvadratna sekcija)

Iz prethodnog izraza mogu se odrediti moduo pola, recipročne vrednosti Q-faktora pola i pojačanje u propusnom opsegu i oni su dati u sledećem obliku:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{1}{R_5 C_3 C_4}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)} \qquad \xi = \frac{1}{\sqrt{R_5\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)}}\left(\sqrt{\frac{C_3}{C_4}}+\sqrt{\frac{C_4}{C_3}}\right) \qquad H_0 = \frac{1}{\frac{R_1}{R_5}\left(1+\frac{C_4}{C_3}\right)}$$

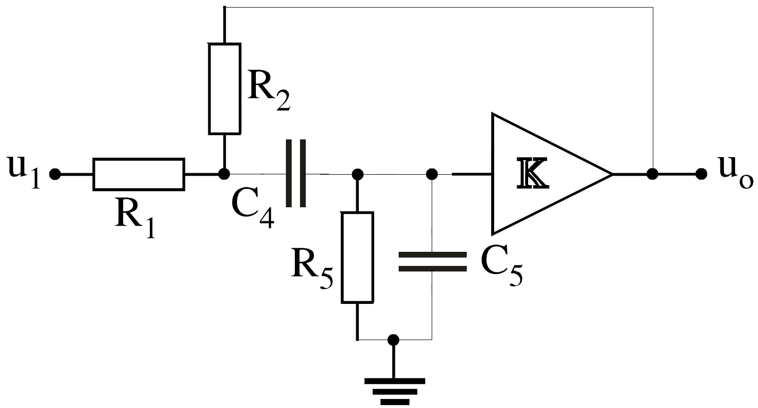
Ukoliko se usvoji: $C_3 = C_4 = C$

preostali nepoznati elementi se mogu odrediti iz sledećih izraza:

$$R_1 = \frac{Q_p}{H_0 \omega_p C} \qquad R_2 = \frac{Q_p}{\left(2Q_p^2 - H_0\right)\omega_p C} \qquad R_5 = \frac{2Q_p}{\omega_p C}$$

Realizacija filtra drugog reda
(bikvadratna sekcija)

Filtar propusnik opsega frekvencija realizovan bikvadratnom sekcijom sa neinvertujućim pojačavačem prikazan je na slici:



Prenosna funkcija ovog filtra može se napisati u obliku:

$$H(s) = \frac{sK\dfrac{1}{R_1C_4}}{s^2 + s\left(\dfrac{1}{R_5C_5} + \dfrac{1}{R_1C_4} + \dfrac{1}{R_2C_4} + \dfrac{1}{R_1C_5} + \dfrac{1-K}{R_2C_5}\right) + \dfrac{1}{R_5C_4C_5}\left(\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}\right)} = \frac{H_0\xi\omega_p s}{s^2 + \xi\omega_p s + \omega_p^2}$$

Realizacija filtra drugog reda
(bikvadratna sekcija)

Iz ovog izraza mogu se odrediti moduo pola, recipročne vrednosti Q-faktora pola i pojačanja u propusnom opsegu i oni su dati sledećim izrazima:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{1}{R_5 C_4 C_5}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)} \qquad \xi = \frac{1}{Q_p} = \frac{R_5}{\sqrt{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}}}\left[\sqrt{\frac{C_4}{C_5}}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_5}+\frac{1-K}{R_2}\right)+\sqrt{\frac{C_5}{C_4}}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)\right]$$

$$H_0 = \frac{K}{1+\frac{R_1}{R_5}+\frac{C_5}{C_4\left(1+\frac{R_1}{R_2}\right)}+\frac{(1-K)R_1}{R_2}}$$

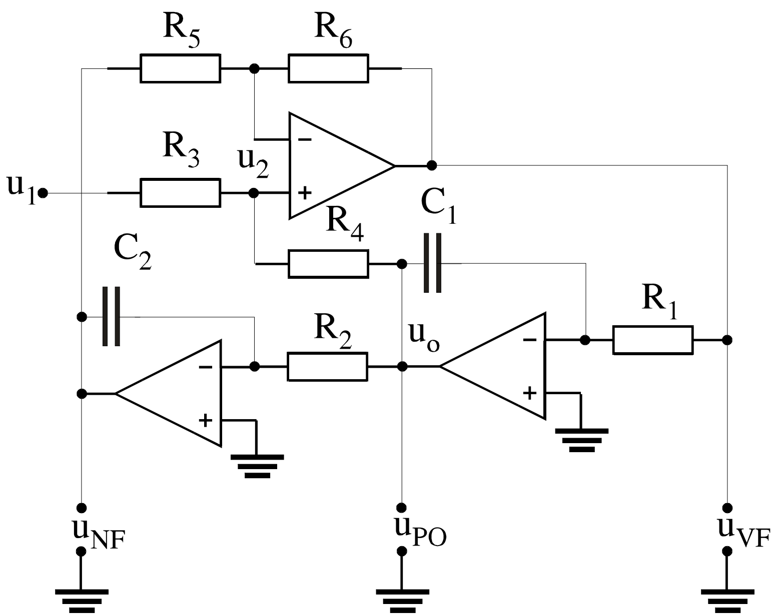
Ukoliko se usvoji: $C_1 = C_2 = C \qquad R_1 = R_2 = R_3 = R$

preostali nepoznati elementi se mogu odrediti koristeći sledeće izraze:

$$K = 5-\frac{\sqrt{2}}{Q_p} \qquad R = \frac{\sqrt{2}}{\omega_p C} \qquad H_0 = \frac{5}{\sqrt{2}}Q_p - 1$$

Realizacija filtra drugog reda
(Univerzalna bikvadratna sekcija)

Na slici je prikazana bikvadratna sekcija kojom se realizuju prenosne funkcije filtara propusnika niskih, propusnik visokih i propusnik opsega frekvencija, koja je realizovana sa tri operaciona pojačavača:



Realizacija filtra drugog reda
(Univerzalna bikvadratna sekcija)

Prenosne funkcije za pojedine izlazne krajeve mogu se napisati u sledećem obliku:

$$H_{NF}(s) = \frac{U_{NF}(s)}{U_1(s)} = \frac{\dfrac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2} \dfrac{1+\dfrac{R_6}{R_5}}{1+\dfrac{R_3}{R_4}}}{D(s)},$$

$$gde\,je\ D(s) = s^2 + s\frac{1}{R_1 C_1}\frac{1+\dfrac{R_6}{R_5}}{1+\dfrac{R_4}{R_3}} + \frac{R_6}{R_5}\frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2} = s^2 + s\xi\omega_p + \omega_p^2$$

$$H_{PO}(s) = \frac{U_{PO}(s)}{U_1(s)} = \frac{-s\dfrac{1}{R_1 C_1}\dfrac{1+\dfrac{R_6}{R_5}}{1+\dfrac{R_3}{R_4}}}{D(s)}$$

$$H_{VF}(s) = \frac{U_{VF}(s)}{U_1(s)} = \frac{s^2\dfrac{1+\dfrac{R_6}{R_5}}{1+\dfrac{R_3}{R_4}}}{D(s)}$$

Realizacija filtra drugog reda
(Univerzalna bikvadratna sekcija)

Moduo pola univerzalne sekcije drugog reda data je izrazom: $\omega_p = \sqrt{\dfrac{R_6}{R_1 R_2 R_5 C_1 C_2}}$

dok je koeficijent prigušenja (recipročna vrednost Q-faktora pola):

$$\xi = \frac{1}{Q_p} = \frac{1+\dfrac{R_6}{R_5}}{1+\dfrac{R_4}{R_3}}\sqrt{\frac{R_5}{R_6}\frac{R_2 C_2}{R_1 C_1}}$$

Ukoliko se usvoji: $C_1 = C_2 = C \quad i \quad R_3 = R_5 = R_6 = R$ dobija se:

$$\omega_p = \frac{1}{C\sqrt{R_1 R_2}} \qquad \xi = \frac{1}{Q_p} = \frac{2}{1+\dfrac{R_4}{R}}\sqrt{\frac{R_2}{R_1}}$$

Jedan od načina projektovanja filtra je sledeći:

$$R_1 = R_2 = \frac{1}{\omega_p C} \qquad R_4 = R\left(\frac{2}{\xi}-1\right)$$